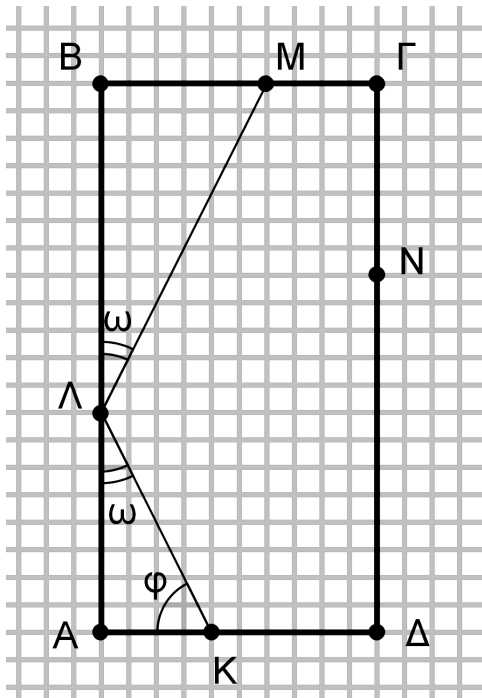


Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένα τραπέζι μπιλιάρδου με διαστάσεις 1 μέτρο και 2 μέτρα.



Στο σημείο K της πλευράς AD για το οποίο ισχύει $AK = 40 \text{ cm}$

υπάρχει μία μπάλα την οποία κτυπάμε με τέτοιο τρόπο
ώστε να κινηθεί πάνω στη γραμμή ΚΛ. Για τη γωνία φ γνωρίζουμε ότι $\epsilon\varphi\varphi = 2$.
Γνωρίζουμε επίσης ότι η γωνία υπό την
οποία πέφτει η μπάλα σε μία πλευρά του τραπέζιου είναι ίση με την γωνία υπό την οποία ανακλάται.

Να απαντήσετε στο παρακάτω ερώτημα δικαιολογώντας την απάντησή σας.

Αφού η μπάλα ανακλαστεί στα σημεία Λ και Μ των πλευρών AB και ΒΓ, θα περάσει από το σημείο Ν της πλευράς ΓΔ για το οποίο
ισχύει $GN = 70 \text{ cm}$;

Δεχόμαστε ότι η μπάλα έχει κτυπηθεί με αρκετή δύναμη ώστε να μπορεί να ανακλαστεί και στις τρεις πλευρές του τραπέζιου.

Α. Το τρίγωνο ΑΚΛ είναι ορθογώνιο και $\epsilon\varphi\varphi = 2$

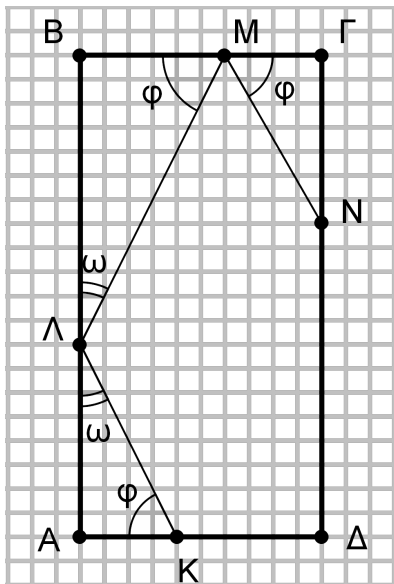
. Αλλά

$$\epsilon\varphi\varphi = \frac{AL}{AK}$$

, οπότε

$$\frac{AL}{AK} = 2 \quad \text{ή} \quad \frac{AL}{40} = 2$$

Επομένως $AL = 80 \text{ cm}$



Τότε $BL = 120 \text{ cm}$.

Παρατηρούμε ότι οι γωνίες φ και ω είναι συμπληρωματικές, $\widehat{BLM} = \omega$

$\triangle BLM$ είναι ορθογώνιο. Άρα $\widehat{BLM} = \varphi$

, οπότε $\tan \widehat{BLM} = 2$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle BLM$ έχουμε

$$\tan \widehat{BLM} = \frac{BL}{BM} \quad \text{ή} \quad 2 = \frac{120}{BM}$$

. Άρα $BM = 60 \text{ cm}$. Τότε $LM = 40 \text{ cm}$.

Επίσης $\widehat{LMN} = \widehat{BLM} = \varphi$

, οπότε $\tan \widehat{LMN} = 2$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle LMN$ έχουμε

$$\tan \widehat{LMN} = \frac{LN}{LM}$$

, οπότε $\frac{LN}{40} = 2 \quad \text{ή} \quad LN = 80 \text{ cm}.$

Άρα η μπάλα δεν θα περάσει από το σημείο N.

Αλλά $LN = 70 \text{ cm}.$

(Διαφορετικά: Με ομοιότητα τριγώνων ή με ισότητα των τριγώνων $\triangle ALM$ και $\triangle LMN$)