

Στο διπλανό σχήμα έχουμε το ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και το τυχαίο σημείο Δ στο εσωτερικό της ΒΓ. Επιπλέον είναι ΔΖ//ΑΓ και ΔΗ//ΑΒ.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ, ΖΒΔ και ΗΔΓ είναι όμοια.

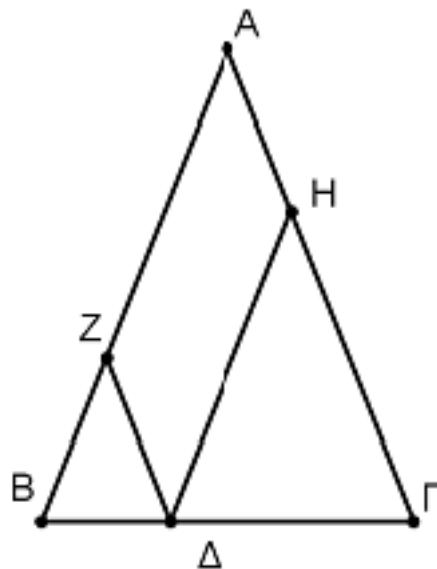
β) Αν επιπλέον για το Δ ισχύει ότι ΒΓ=3ΒΔ, να αποδείξετε ότι

$$(ΖΒΔ) = \frac{1}{9}$$

$$(ΑΒΓ) \text{ και } (ΗΔΓ) = \frac{4}{9}$$

(ΑΒΓ) . Με (ΑΒΓ), (ΖΒΔ), (ΗΔΓ)

συμβολίζουμε τα εμβαδά των αντίστοιχων τριγώνων.



α) Τα τρία τρίγωνα έχουν τρεις γωνίες μία προς μία ίσες.

β) Τα ΖΒΔ και ΑΒΓ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας

$$\frac{ΒΔ}{ΒΓ} = \frac{1}{3}$$

, άρα

$$\frac{(ΖΒΔ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{1}{9}$$

και έτσι

$$(ΖΒΔ) = \frac{1}{9} (ΑΒΓ)$$

. Ομοίως για το άλλο τρίγωνο.